

Вариант 15

К каждому заданию первой части предлагается пять вариантов ответа. Выберите верный, по вашему мнению, ответ и результаты сведите в такую таблицу:

Зада ние	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Отв ет	A	A	C	B	—	D	C	E	—	D

Правильный выбор оценивается в 1 балл; за неправильный выбор снимается 0,2 балла.

Прочерк означает отказ от выбора (0 баллов).

Вторая часть состоит из шести заданий, к каждому из которых надо дать полное решение и ответ. Правильно решенное задание второй части оценивается в 2 балла.

Максимальная оценка – 22 балла. Зачетный минимум – 12 баллов.

Часть 1

1. Вычислите определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 4 & 5 \\ 7 & 6 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 3 & 4 \end{vmatrix}.$$

(A) 120; (B) –120; (C) 60; (D) 0; (E) –30.

2. Как меняется определитель квадратной матрицы при ее транспонировании?

- (A) Меняет знак.
(B) Это зависит от размера матрицы.
(C) Возводится в квадрат.
(D) Принимает значение, обратное первоначальному.
(E) Не меняется.

3. Какому уравнению удовлетворяет матрица $A = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$? (Здесь E – единичная матрица размера 2×2 .)

(A) $A^2 - 4A + 3E = 0$; (B) $A^2 + 4A - 3E = 0$; (C) $2A^2 - A + 3E = 0$; (D) $A^2 - A + 5E = 0$;
(E) $3A^2 - 2A + E = 0$.

4. Матрица A^{-1} , обратная для матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, равна (A) $\begin{pmatrix} -2 & 2 & -3 \\ 3 & -4 & 6 \\ -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$;

(B) $\begin{pmatrix} 2 & -2 & 3 \\ -3 & 4 & -6 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$; (C) $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 6 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$; (D) $\begin{pmatrix} -2 & -2 & -3 \\ -3 & -4 & -6 \\ -1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$; (E) $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ -3 & 4 & 6 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.

5. Пусть в системе
$$\begin{cases} 3x_2 - x_3 + x_4 = 2, \\ 2x_1 - x_3 + 2x_4 = 2, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 1 \end{cases}$$
 $x_4 = c$, где c – произвольная постоянная. Тогда x_3 равно (A) $\frac{16c-4}{13}$; (B) $\frac{-16c+4}{13}$; (C) $-\frac{16c+4}{13}$; (D) $\frac{16c+4}{13}$; (E) x_4 не может быть произвольной постоянной.

6. В матричном уравнении $\begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 6 & 9 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ элемент x_{21} искомой матрицы равен (A) 1; (B) 2; (C) 4; (D) -2 ; (E) это уравнение не имеет решений.

7. Точки $A(-1, -3)$ и $B(3, 3)$ симметричны относительно прямой (A) $2x + 3y - 13 = 0$; (B) $2x + 3y - 2 = 0$; (C) $x + 3y - 1 = 0$; (D) $x + 3y - 11 = 0$; (E) $x - 1 = 0$.

8. Расстояние между прямыми $3x - 4y + 1 = 0$ и $6x - 8y + 17 = 0$ равно (A) $3/2$; (B) 3; (C) $19/10$; (D) $8/5$; (E) 1.

9. Расстояние от точки, лежащей на эллипсе $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$, до директрисы равно 5. Тогда расстояние от этой точки до фокуса эллипса, одностороннего с данной директрисой, равно (A) 8; (B) 3; (C) 4; (D) 5; (E) 6.

10. Найдите эксцентриситет гиперболы, если расстояние между ее директрисами вдвое меньше расстояния между вершинами. (A) $\varepsilon = 2$; (B) $\varepsilon = \sqrt{2}$; (C) $\varepsilon = 4$; (D) $\varepsilon = 2\sqrt{2}$; (E) $\varepsilon = \sqrt{3}$.

Часть 2

1. Пусть $B = A^{-1}$, где $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & -3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$. Найдите элемент b_{31} матрицы B .

2. Найдите общее решение системы
$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 - 4x_3 = -7, \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 1, \\ x_1 + 8x_2 + 6x_3 = 23. \end{cases}$$

3. Решите матричное уравнение $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

4. Найдите точку, симметричную точке $A(2; -1)$ относительно прямой $y = x - 1$.

5. Найдите косинус угла между прямыми $2x - 3y + 1 = 0$ и $3x - 2y + 5 = 0$.

6. Найдите расстояние между фокусами кривой $5x^2 - 4y^2 - 10x - 16y - 31 = 0$.